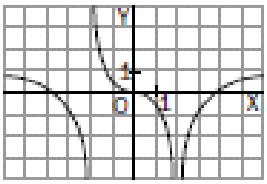
LÍMITES Y CONTINUIDAD

1) A la vista de la gráfica, señala el valor de los siguientes límites:

$\lim_{x\to+\infty} f(x) =$ $\lim_{x\to-2} f(x) =$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) =$ $\lim_{x\to-2^-} f(x) =$

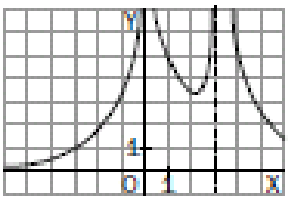
$\lim_{x\to-2^+} f(x) =$ $\lim_{x\to0} f(x) =$



$\lim_{x\to+\infty} f(x) =$ $\lim_{x\to1} f(x) =$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) =$ $\lim_{x\to3^-} f(x) =$

$\lim_{x\to4} f(x) =$ $\lim_{x\to0} f(x) =$



2) Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x\to+\infty}\left(x^2-5\right)=$ b) $\lim_{x\to-\infty}\left(x^2-x+5\right)=$ c) $\lim_{x\to+\infty}\left(3x^3-2x^2+x-1\right)=$

3) Calcula el límite de las siguientes funciones en los puntos que se indican:

a) $\lim_{x\to1}\dfrac{x^2+2x-3}{x^2-3x+2}=$ b) $\lim_{x\to0}\dfrac{x+2}{x^2}=$ c) $\lim_{x\to2}\dfrac{x^3+x^2-4x-4}{x^2-x-6}=$

d) $\lim_{x\to0}\dfrac{3x^2-2x}{x}=$ e) $\lim_{x\to5}\dfrac{x-5}{\sqrt{x+20}-5}=$ f) $\lim_{x\to2}\left(\dfrac{x^2-2x}{x-2}+\dfrac{2x-4}{x-2}\right)=$

g) $\lim_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-5x+4}{2x^2+1}=$ h) $\lim_{x\to\infty}\dfrac{x^3+2x-1}{x^5+4x}=$ i) $\lim_{x\to\infty}\dfrac{x^4+3x}{2x^3-5}=$

j) $\lim_{x\to\infty}\dfrac{(x+1)^2-4}{x^2}=$ k) $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)=$ l) $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+2}-\sqrt{x}\right)=$

m) $\lim_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1}=$ m) $\lim_{x\to\infty}\dfrac{x}{1-\sqrt{1-x}}=$ n) $\lim_{x\to\infty}\dfrac{\left(1+x^2\right)^2-\left(1-x^2\right)^2}{2x}=$

o) $\lim_{x\to\infty}\left(\dfrac{\sqrt{x^2-2x}}{x-1}-2\right)=$ p) $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{2x^2+3x}-x\right)=$ q) $\lim_{x\to1}\left(\dfrac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}}{x+1}\right)=$

4) Estudia la continuidad de la siguiente función

$$f(x)=\begin{cases}3x-1 & si\ x\le 2\\ x^2+2 & si\ x>2\end{cases}$$

5) Estudiar la continuidad de las siguientes funciones, en los puntos en los que exista discontinuidad indicar de qué tipo es:

a) $f(x)=\begin{cases}x+1 & si\ x\le 0\\ 1 & si\ x>0\end{cases}$ b) $f(x)=\begin{cases}x^2+3x & si\ x\le 1\\ 3-x & si\ x>1\end{cases}$

c) $f(x)=\dfrac{x^2-9}{x-3}$ d) $f(x)=\dfrac{1}{x-2}$

e) $f(x)=\begin{cases} 2 & si\ x\le 1 \\ x^2-5x+6 & si\ 1<x<4 \\ \frac{x}{2}+1 & si\ x\ge 4 \end{cases}$ f) $g(x)=\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{x-1}$

6) Estudia la continuidad en x = 2 de las siguientes funciones:

$f(x)=\dfrac{x^2-4}{x-2}$ $f(x)=\begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2} & si\ x\ne 2 \\ 5 & si\ x=2 \end{cases}$ $f(x)=\begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2} & si\ x\ne 2 \\ 4 & si\ x=2 \end{cases}$

7) Hallar las asíntotas de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\dfrac{2x^2+1}{x^2-9}$ b) $g(x)=\dfrac{x+3}{x^2+1}$ c) $h(x)=\dfrac{x^3-x-2}{x^2-1}$

d) $f(x)=\dfrac{x^3}{x-3}$ d) $f(x)=\dfrac{x-2}{x^2-2x}$ e) $f(x)=\dfrac{2x^2+3x}{x+1}$

f) $f(x)=\dfrac{2x+7}{3x^2-5x+2}$

TASAS DE VARIACIÓN Y DERIVADAS

1) Calcula la tasa de variación de la función f(x) = 3x - 4 en el intervalo [0, 4].

2) Calcula la tasa de variación media de la función f(x) = x^2+2x-3 en el intervalo [2, 5].

3) Calcula la tasa de variación media de la función $f(x)=\dfrac{2x+1}{x^2}$ en el intervalo [1, 3].

4) Halla la derivada de la función f(x)= 4x - 1 en el punto x = 2 utilizando la definición.

5) Un determinado agente químico está siendo utilizado para combatir una plaga de insectos de unos 36 000 individuos. A los t días de tratamiento la población de insectos resultante es de p(t) = 36 000-250 t^2 individuos

a) ¿Cuántos días tarda el insecticida en acabar con la plaga?
b) Halla la velocidad media de eliminación de los insectos en dicho período.
c) ¿Cuál es la velocidad media de eliminación de insectos durante el tiempo que dura la plaga?
d) ¿Cuál es la velocidad instantánea de eliminación de insectos al octavo día

6) Calcula la derivada de las siguientes funciones:

1) $f(x)=\frac{2}{3}x^4-4x^3$
2) $f(x)=4x^{-3}-5x$
3) $f(x)=-2^4+3x^2-x+1$
4) $f(x)=-3x^{-3}$
5) $f(x)=2x^{-4}-5x^{-1}$
6) $f(x)=\frac{4}{(3x^2-x)^2}$
7) $f(x)=\frac{-3x^2}{4x^2-3}$
8) $f(x)=\frac{2x^3-3x^2-2x-4}{2x^2-3x+6}$
9) $f(x)=\sqrt{x}$
10) $f(x)=\sqrt{3x}$
11) $f(x)=\sqrt{3x^5}$
12) $f(x)=Ln(x^2+7)$
13) $f(x)=Ln(e^x+2)$
14) $f(x)=Ln\left(\frac{2-5x^2}{4}\right)$
15) $f(x)=x^3\cdot e^x$
16) $f(x)=x^3\cdot 3^{2x}$
17) $f(x)=3^{5x}\cdot e^x$
18) $f(x)=\frac{x^2+1}{x^2-1}$
19) $f(x)=-3x^4+5x^3-8x^2-x+3$
20) $f(x)=(2x^5-3)\cdot(x^4-x^2)$
21) $f(x)=(2x^5-5)\cdot(4-3x)$
22) $f(x)=(x^2-1)\cdot(2-3x^2)$
23) $f(x)=(x^2-3x+2)\cdot(3-2x+4x^2)$
24) $f(x)=(1-5x^2)\cdot(2-3x^2)$
25) $f(x)=3^{5x^2-4x}$
26) $f(x)=e^{(3x^2-5x)^2}$
27) $f(x)=\frac{x^3+3x^2-5x+1}{x}$
28) $f(x)=\frac{5x^2-x}{3x^4-2}$
29) $f(x)=\frac{(3x^4+4)^3}{5x^3-x}$
30) $f(x)=\frac{1-3x}{-x}+(5x-2)^3$
31) $f(x)=(x^2+3)\cdot Ln(x^2+x)$
32) $y=(4x^3+6x-2)^{17}$
33) $y=\frac{1}{\sqrt[3]{x^2-5}}$
34) $f(x)=\frac{1}{x}+2\ln x-\frac{\ln x}{x}$
35) $f(x)=\sqrt{x}e^x$
36) $y=x^5e^{-\frac{1}{x^6}}$

7) Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)=\frac{-1}{x}$ en x=2. Dibuja aproximadamente la gráfica de la función y la de la recta.

8) Calcular las rectas tangentes a la función $y=\sqrt{2x}$ en los puntos x =1, y x =4.

9) Si el espacio que recorre un móvil, en función del tiempo, viene dado por $s(t)=8t^2-16t-2$, ¿cuál es la velocidad instantánea en el instante t=2?

10) ¿En qué puntos tiene la gráfica de la función $f(x)=\frac{1}{x^2+1}$ tangente horizontal?

11) Calcula los máximos y mínimos de las siguientes funciones.

a) $f(x)=x^3-3x+2$ b) $f(x)=3x^5-5x^3$ c) $f(x)=2x^3-9x^2-60x+3$

d) $f(x)=\frac{x^2-2x+2}{x-1}$ e) $f(x)=3x^4-4x^3-12x^2+1$