

PROBLEMAS DE PROBABILIDAD

**Problema 16.1.4** (2 puntos) Se consideran los sucesos incompatibles  $A$  y  $B$  de un experimento aleatorio tales que  $P(A) = 0,4$ ,  $P(B) = 0,3$ . Calcúlese:

- a)  $P(\bar{A} \cap \bar{B})$
- b)  $P(B \cap \bar{A})$

Nota:  $\bar{S}$  denota al suceso complementario del suceso  $S$ .

**Problema 16.2.4** (2 puntos) Una urna contiene 5 bolas blancas y 4 negras, y otra urna contiene 3 bolas blancas y dos negras. Se toma al azar una bola de la primera urna y, sin mirarla, se introduce en la segunda urna. A continuación extraemos consecutivamente, con reemplazamiento, dos bolas de la segunda urna. Hállese la probabilidad de que las dos últimas bolas extraídas sean:

- a) Del mismo color.
- b) De distinto color.

**Problema 16.3.4** (2 puntos) En una bolsa hay cuatro bolas rojas y una verde. Se extraen de forma consecutiva y sin reemplazamiento dos bolas. Calcúlese la probabilidad de que:

- a) Las dos bolas sean del mismo color.
- b) La primera bola haya sido verde si la segunda bola extraída es roja.

**Problema 16.4.4** (2 puntos) Sean  $A$  y  $B$  sucesos de un experimento aleatorio tales que  $P(A \cap B) = 0,3$ ;  $P(A \cap \bar{B}) = 0,2$ ;  $P(B) = 0,7$ . Calcúlense:

- a)  $P(A \cup B)$ :
- b)  $P(B|\bar{A})$ .

Nota:  $\bar{S}$  denota al suceso complementario del suceso  $S$ .

**Problema 16.5.4** (2 puntos) Se consideran los sucesos  $A$ ,  $B$  y  $C$  de un experimento aleatorio tales que:  $P(A) = 0,09$ ;  $P(B) = 0,07$  y  $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0,97$ . Además los sucesos  $A$  y  $C$  son incompatibles.

- a) Estúdiense si los sucesos  $A$  y  $B$  son independientes.
- b) Calcúlese  $P(A \cap B|C)$ .

**Problema 16.6.4** (2 puntos) La probabilidad de que un trabajador llegue puntual a su puesto de trabajo es  $\frac{3}{4}$ . Entre los trabajadores que llegan tarde, la mitad va en transporte público. Calcúlese la probabilidad de que:

- a) Un trabajador elegido al azar llegue tarde al trabajo y vaya en transporte público.
- b) Si se eligen tres trabajadores al azar, al menos uno de ellos llegue puntual. Supóngase que la puntualidad de cada uno de ellos es independiente de la del resto.

**Problema 17.3.4** (2 puntos) Una conocida orquesta sinfónica está compuesta por un 55 % de varones y un 45 % de mujeres. En la orquesta un 30 % de los instrumentos son de cuerda. Un 25 % de las mujeres de la orquesta interpreta un instrumento de cuerda. Calcúlese la probabilidad de que un intérprete de dicha orquesta elegido al azar:

- a) Sea una mujer si se sabe que es intérprete de un instrumento de cuerda.
- b) Sea intérprete de un instrumento de cuerda y sea varón.

**Problema 17.4.4** (2 puntos) Tenemos dos urnas  $A$  y  $B$ . La urna  $A$  contiene 5 bolas: 3 rojas y 2 blancas. La urna  $B$  contiene 6 bolas: 2 rojas y 4 blancas. Se extrae una bola al azar de la urna  $A$  y se deposita en la urna  $B$ . Seguidamente se extrae una bola al azar de la urna  $B$ . Calcúlese la probabilidad de que:

- a) La segunda bola extraída sea roja.
- b) Las dos bolas extraídas sean blancas.

**Solución:**

a)

$$P(Br) = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{7} + \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{13}{35} = 0,371$$

b)

$$P(Ab \cap Bb) = \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{7} = \frac{3}{5} = 0,286$$

**Problema 17.5.4** (2 puntos) Sean  $A$  y  $B$  dos sucesos independientes de un experimento aleatorio tales que  $P(A) = 0,5$  y  $P(\bar{B}) = 0,8$ . Calcúlese:

a)  $P(A \cap B)$  y  $P(A \cup B)$ .

b)  $P(\bar{A}|\bar{B})$ .

Nota:  $\bar{S}$  denota el suceso complementario del suceso  $S$ .

**Problema 17.6.4** (2 puntos) En cierta población animal tratada genéticamente, el número de hembras es el doble que el número de machos. Se observa que el 6 % de los machos de esa población padece albinismo, mientras que entre las hembras únicamente el 3 % padece albinismo. Calcúlese la probabilidad de que un individuo de esa población elegido al azar:

a) Padezca albinismo.

b) Sea hembra, en el supuesto de que padezca albinismo.

**Problema 17.7.4** (2 puntos) Sean  $A$  y  $B$  dos sucesos de un experimento aleatorio tales que  $P(A) = 3/4$ ,  $P(A|B) = 3/4$  y  $P(B|A) = 1/4$ .

a) Demuéstrase que  $A$  y  $B$  son sucesos independientes pero no incompatibles.

b) Calcúlese  $P(\bar{A}|\bar{B})$ .

Nota:  $\bar{S}$  denota el suceso complementario del suceso  $S$ .

**Solución:**

a)

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} \implies P(B \cap A) = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{16}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \implies P(B) = \frac{3/16}{3/4} = \frac{1}{4}$$

$$P(A) \cdot P(B) = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{16} = P(A \cap B) \implies A \text{ y } B \text{ son independientes.}$$

Como  $P(A \cap B) \neq 0 \implies A$  y  $B$  son compatibles.

b)

$$P(\bar{A}|\bar{B}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{P(\overline{A \cup B})}{1 - P(B)} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(B)} =$$

$$\frac{1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B))}{1 - P(B)} = \frac{1 - \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4} - \frac{3}{16}\right)}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{1}{4}$$

**Problema 17.8.4** (2 puntos) Para efectuar cierto diagnóstico, un hospital dispone de dos escáneres, a los que denotamos como  $A$  y  $B$ . El 65% de las pruebas de diagnóstico que se llevan a cabo en ese hospital se realizan usando el escáner  $A$ , el resto con el  $B$ . Se sabe además que el diagnóstico efectuado usando el escáner  $A$  es erróneo en un 5% de los casos, mientras que el diagnóstico efectuado usando el escáner  $B$  es erróneo en un 8% de los casos. Calcúlese la probabilidad de que:

- a) El diagnóstico de esa prueba efectuado a un paciente en ese hospital sea erróneo.
- b) El diagnóstico se haya efectuado usando el escáner  $A$ , sabiendo que ha resultado erróneo.