ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

1) Resuelve la siguiente ecuación, calculando sólo aquellas soluciones tales que 0º ≤ x <360º con una precisión de segundos.

$$\mathbf{\cos(8x)+\cos(6x)=2\cos(210^{o})\cos(x)}$$

Solución:
Expresando la suma de cosenos del primer miembro como un producto, se tiene:

$$2\cos(7x)\cos(x)=2\cos(210^{o})\cos(x)\leftrightarrow 2\cos(x)\left(\cos(7x)-\cos(210^{o})\right)=0$$

que equivale a resolver dos ecuaciones:

$$\cos(x)=0\Rightarrow\begin{cases}x=\ \ 90^{o}\\x=270^{o}\end{cases}$$

$$\cos(7x)-\cos(210^{o})=0\Rightarrow\begin{cases}7x=210^{o}\Rightarrow x=30^{o}\\7x=150^{o}\Rightarrow x=21^{o}25'43''\end{cases}$$

2) Halla las soluciones de la ecuación trigonométrica:
$\mathbf{sen(2x)=\cos(x)}$

Solución:
Áplicando la fórmula del seno del ángulo doble, se tiene:

$$sen(2x)=\cos(x)\rightarrow 2\,sen(x)\cdot\cos(x)=\cos(x)\rightarrow 2\,sen(x)\cdot\cos(x)-\cos(x)=0\rightarrow\cos(x)\left(2\,sen(x)-1\right)=0$$

La ecuación se desdobla en dos:

$$\cos(x)=0\rightarrow\begin{cases}x=90^{o}+360^{o}k;k\in Z\\x=270^{o}+360^{o}k;k\in Z\end{cases}$$

soluciones fundamentales: x = 90º y x = 270º

$$2\,sen(x)-1=0\rightarrow sen(x)=\frac{1}{2}\rightarrow\begin{cases}x=\ \ 30^{o}+360^{o}k;k\in Z\\x=150^{o}+360^{o}k;k\in Z\end{cases}$$

soluciones fundamentales: x = 30º y x = 150º

3) Halla todas las soluciones de la ecuación:
$\mathbf{sen(3x)-\cos(2x)=sen(x)}$

Solución:
Transponiendo términos (senos al primer miembro) la ecuación que resulta es:

$$sen(3x)-sen(x)=\cos(2x)$$

Expresando la diferencia de senos como producto, se tiene:

$$2\cos(2x)\cdot sen(x)=\cos(2x)\rightarrow 2\cos(2x)\cdot sen(x)-\cos(2x)=0\rightarrow\cos(2x)\left(2\,sen(x)-1\right)=0$$

La ecuación se desdobla en dos:

$$\cos(2x)=0\rightarrow\begin{cases}x=45^{o}+360^{o}k;k\in Z\\x=135^{o}+360^{o}k;k\in Z\end{cases}$$

soluciones fundamentales x = 45º y x = 135º

$$2\,sen(x)-1=0\rightarrow sen(x)=\frac{1}{2}\rightarrow\begin{cases}x=30^{o}+360^{o}k,k\in Z\\x=150^{o}+360^{o}k,k\in Z\end{cases}$$

soluciones fundamentales x = 30º y x = 150º

Halla las soluciones de la ecuación trigonométrica:

$\mathbf{\sqrt{3}sen(x) + cos(x) = 1}$

Solución:
Expresamos el seno en función del coseno, se tiene:

$$\sqrt{3}\,\text{sen}(x) + \cos(x) = 1 \rightarrow \sqrt{3}\cdot\sqrt{1-\cos^2(x)} + \cos(x) = 1 \rightarrow \sqrt{3}\cdot\sqrt{1-\cos^2(x)} = 1 - \cos(x)$$

Elevando al cuadrado ambos miembros y operando queda la siguiente ecuación de 2º grado:

$$2\cos^2(x) - \cos(x) - 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} \cos(x) \quad = 1 \rightarrow \quad x = 0^\circ \\ \cos(x) = -\dfrac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 120^\circ \\ x = 240^\circ \end{cases} \end{cases}$$

Comprobamos las soluciones, sobre la ecuación inicial de modo que las únicas soluciones válidas son las dos primeras, es decir: $x = 0^\circ + 360^\circ k$ y $x = 120^\circ + 360^\circ k$; $k \in Z$
Soluciones fundamentales: $x = 0^\circ$ y $x = 120^\circ$

4) Halla las soluciones de la ecuación trigonométrica:

$$\mathbf{\cos(x)\cdot tg(x) = \frac{1}{2}}$$

Solución:
Expresando la tangente en función del seno y del coseno, se tiene:

$$\cos(x)\cdot tg(x) = \frac{1}{2} \rightarrow \cos(x)\cdot\frac{\text{sen}(x)}{\cos(x)} = \frac{1}{2} \rightarrow \text{sen}(x) = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \ \ 30^\circ + 360\,k;\ k \in Z \\ x = 150^\circ + 360\,k;\ k \in Z \end{cases}$$

Soluciones fundamentales: $x = 30^\circ$ y $x = 150^\circ$

5) Resuelve la ecuación:

$$\mathbf{\cos^2(x) = \frac{1}{2}}$$

Solución:

De $\cos^2(x) = \dfrac{1}{2}$ se tiene: $\cos(x) = \pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$$\cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = 45^\circ + k\cdot 360^\circ / k \in Z$$

$$\cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = 315^\circ + k\cdot 360^\circ / k \in Z$$

$$\cos(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = 225^\circ + k\cdot 360^\circ / k \in Z$$

$$\cos(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = 135^\circ + k\cdot 360^\circ / k \in Z$$

6) Resuelve la ecuación:

$\mathbf{tg(\pi - x) = -1}$

$tg(\pi - x) = -1$, se tiene:

$$\pi - x = \pi - \frac{\pi}{4} + k\,\pi\,/k \in Z \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi\,/k \in Z$$

7) Resuelve la ecuación: $\mathbf{sen^2x + cos2x = 1}$.

8) Resuelve la ecuación: senx + cosx = $\sqrt{2}$.

9) Resuelve la ecuación: $\mathbf{tg^2x + 3 = 4tgx}$