NÚMEROS REALES-LOGARITMOS

1) Se consideran los siguientes números: x= 654 321 000 000; y = 0,00001234. Escribe en notación científica:

a) x b) y c) xy d) $\frac{x}{y}$

2) Sean $A=(-1,5]$, $B=\{x\in\Re : 5\le x<6\}$ y $C=[-2,0)$.

a. Represéntalos gráficamente.
b. Calcula y representa los conjuntos $A\cup C$ y $A\cap B$

3) En cada uno de los siguientes apartados racionaliza la fracción, y después con la calculadora obtén el valor decimal aproximado redondeado a milésimas.

a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ b) $\frac{4}{2\sqrt{3}}$ c) $\frac{5}{1-\sqrt{2}}$ d) $\frac{1-\sqrt{3}}{1-2\sqrt{3}}$ e) $\frac{3}{\sqrt[7]{2^3}}$

4) Opera y simplifica todo lo posible las siguientes operaciones con radicales. Como comprobación calcula el valor decimal aproximado redondeado a milésimas de la expresión inicial y de la expresión final simplificada.

a. $\frac{5\sqrt[3]{5}\sqrt[5]{5^4}}{\sqrt{5}}$
b. $(\sqrt{6}-2\sqrt{3})^2\cdot\sqrt{2}$
c. $3\sqrt{8}+5\sqrt{2}-4\sqrt{128}+10\sqrt{50}$

5) Calcula los siguientes logaritmos pasando previamente a una igualdad entre potencias de la misma base para hallar el valor de x:

a. $\log_3 81 = x$
b. $\log_2 128 = x$
c. $\log_3 \sqrt{243} = x$
d. $\log_5 625 = x$
e. $\log_{1/3} 9 = x$

6) Hallar la base de los logaritmos en las siguientes igualdades:

a. $\log_x 9 = 2$
b. $\log_x 243 = 5$
c. $\log_x 256 = 8$
d. $\log_x 0{,}125 = 3$
e. $\log_x 0{,}001 = -3$

7) Calcular el valor aproximado de x (redondeado a diezmilésimas) en las siguientes ecuaciones:

a. $2^x = 5$
b. $10^x = 5$
c. $0{,}5^x = 5$

POLINOMIOS

1) Efectúa las siguientes operaciones

a) $2x^2y^3 - 5x^2 + 4x^2y^3$

b) $\frac{4}{5}x^3y - 2x^3y$

c) $\left(\frac{2}{3}xy^2\right) \cdot \left(\frac{9}{4}x^4yz^2\right)$

d) $(3x - 2)(3x + 2)$

e) $(2x - 5)^2$

f) $\left(\frac{1}{3}x^2y\right)^2$

g) $(3x^2 + x)^2$

h) $(1 + x + x^2)^2$

i) $(1 - x)^3$

2) Halla el valor numérico de los siguientes polinomios:

a) $P(x) = 3x^2 - 2x + 1$ para $x = 2$

b) $Q(x) = 2x^3 - 5x^2 + x - 2$ para $x = -1$

c) $R(x) = 4x^2(x^3 + 2x^2)$ para $x = -2$

3) Sin efectuar las divisiones, halla el resto de dividir:

a) $(2x^3 - 5x^2 + 3x - 1)$ entre $(x - 1)$.

b) $(x^7 - 5x^4)$ entre $(x + 1)$.

c) $(x^4 - 3x^3 + 2x - 9)$ entre $(x - 2)$.

4) Halla el valor de k para que el polinomio $\left(x^3 - kx^2 + 4x - 3\right)$ sea divisible por (x -1).

5) Halla el valor de k para que el polinomio $\left(2x^3 + 4x^2 + x + k\right)$ sea divisible por (x+1)

6) Halla el valor de k para que al dividir el polinomio $\left(x^4 - kx^3 + 2x - 1\right)$ entre (x – 2) obtengamos de resto 3

7) Escribe un polinomio que tenga por raíces 1, 2 y -3

8) Halla las raíces enteras de los siguientes polinomios:

a) $x^3 + 3x^2 - x - 3$ b) $x^3 - 4x$ c) $x^4 - 1$

9) Factoriza los siguientes polinomios:

a) $x^3 + x^2 - 4x - 4$ b) $x^4 - 2x^3 - 5x^2 + 6x$ c) $x^4 - 16$

ECUACIONES E INECUACIONES, SISTEMAS

1) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a. $\frac{x+2}{5} - x = 3x - \frac{4-x}{3}$

b. $\frac{x-5}{6} - \frac{x}{12} = \frac{x}{3} + \frac{x+2}{4}$

c. $\frac{\frac{x}{2} - \frac{x}{3}}{3} + x = \frac{\frac{2x-1}{3}}{6}$

2) Dadas las siguientes ecuaciones: determina el número de soluciones antes de resolverlas y revuélvelas cuando sea posible

a) $12x^2 + 15x - 18 = 0$

b) $2x^2 - 6 = 0$

c) $x^2 + 4x + 4 = 0$

d) $x^2 + x + 1 = 0$

3) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a. $x^3 - 9x^2 + 23x - 15 = 0$

b. $2x^3 + 9x^2 + 7x - 6 = 0$

c. $x^4 + 2x^2 - (6 + x^3) = x^2(3 - x)$

d. $x + \sqrt{x} = 132$

e. $x + 4 = 3 - \sqrt{1-x} + 2x$

f. $2x - 1 - \sqrt{6x^2 - 12x + 7} = 0$

g. $2x - 3 + \sqrt{2x+3} = 6$

4) Resuelve las siguientes ecuaciones :

a. $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} = 480$

b. $5^{2x-1} - 5^{x+2} = 2500$

c. $3^{x+1} + 9^{x-1} = 162$

d. $2\log x - \log(x-16) = 2$

e. $\log(x+1) + 2\log 2 = \log(4x-1) - \log(x-1)$

f. $3\log x - 5\log 2 = \log \frac{x}{2}$

5) Resuelve las siguientes inecuaciones

a. $2 + x \geq 5(x+1)$

b. $x^2 + 2x - 15 \leq 0$

c. $4x^2 - 4x + 1 < 0$

d. $2x^2 - x - 6 \leq 0$

e. $\frac{1-x}{2x-3} \leq 1$

f. $x + \frac{x-1}{5} < 2x - \frac{3-x}{2}$

g. $\frac{x-1}{2} + \frac{x-2}{4} - \frac{x-3}{8} < \frac{59}{8}$

h. $\frac{2x^2}{3} \geq \frac{x+1}{2} + \frac{4x}{3}$

6) Resuelve los siguientes sistemas

a. $\left.\begin{array}{l} x+y=-2 \\ 2x^2+y^2=3 \end{array}\right\}$

b. $\left.\begin{array}{l} 3x+4y=-5 \\ 2x-y=3 \end{array}\right\}$

c. $\left.\begin{array}{l} 2x-y=1 \\ -10x+5y=-25 \end{array}\right\}$

d. $\left.\begin{array}{l} 2x-3y=1 \\ -8x+12y=7 \end{array}\right\}$

e. $\left.\begin{array}{l} x+y-z=0 \\ x-y+z=2 \\ 2x+y-4z=-8 \end{array}\right\}$

f. $\left.\begin{array}{l} x+2y-z=-5 \\ x+4y+z=-5 \\ x+3y+z=-3 \end{array}\right\}$

g. $\left.\begin{array}{l} x+3y-2z=-6 \\ 2x-3y+5z=6 \\ -x+3y+2z=0 \end{array}\right\}$

h. $\left.\begin{array}{l} 2x-y-z=5 \\ 2x-3y=1 \\ -2x+4y-3z=-4 \end{array}\right\}$

i. $\left.\begin{array}{l} x-y=0 \\ x^2+y^2=36 \end{array}\right\}$

j. $\left.\begin{array}{l} x^2+y^2=4 \\ -2x^2+7y^2=17 \end{array}\right\}$

k. $\left.\begin{array}{l} x+y=4 \\ x\cdot y=3 \end{array}\right\}$

7) Un vendedor hace una mezcla con dos tipos de café: Arábica, de 5,70 euros el kilo, y Jamaica, de 6,60euros el kilo. ¿Qué cantidad de cada tipo debe mezclar para obtener 30 kilos que se vendan a un precio de 6 euros el kilo?

8) Calcula tres números enteros consecutivos e impares sabiendo que el cuádruplo de la suma de los dos primeros es igual al doble de la suma de los dos últimos.

9) Un rectángulo mide 15 cm de largo y 8 cm de ancho. ¿En cuántos centímetros habría que disminuir, simultáneamente, el largo y el ancho para que la diagonal sea 4 cm menor

10) El radio se descompone radiactivamente. La cantidad que queda después de t años viene dada por $C(t)=C_0\cdot e^{-0,00043\cdot t}$, siendo C_0 la cantidad inicial. ¿Cuál es la vida media del radio, es decir, cuánto tiempo tarda una cantidad inicial de radio en reducirse a la mitad?

TRIGONOMETRIA

1) Hallar razonadamente, sin calculadora, el valor exacto de las razones trigonométricas del ángulo de $2665°$.

2) En cada uno de los siguientes apartados dibuja el ángulo α a partir de la información dada y calcula el valor exacto de las demás razones trigonométricas:

a. $sen\,\alpha = \frac{3}{5} \quad ; \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

b. $tg\,\alpha = -5 \quad ; \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$

c. $\sec\alpha = \frac{-5}{4} \quad ; \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$

3) Sabiendo que $sen\,\alpha = \frac{2}{3} \quad ; \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, calcular $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$, $sen\,(-\alpha)$ y $tg\,(\pi + \alpha)$

4) Demostrar las siguientes identidades:

a. $sen(a+b) \cdot sen(a-b) = \cos^2 b - \cos^2 a$

b. $ctg^2 x - tg^2 x = 4\,ctg\,2x \cdot \cos ec\,2x$

c. $\frac{\cos(a-b) - \cos(a+b)}{sen(a+b) + sen(a-b)} = tgb$

d. $tg\,x + ctg\,x = \frac{2}{sen\,2x}$

5) Hallar todas las soluciones de las siguientes ecuaciones:

a. $sen\,2x = \cos 60°$

b. $tg\,2x = -tg\,x$

c. $sen 2x = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$

d. $sen\,x + \cos x = \cos x \cdot sen\,x + \cos^2 x$

e. $\cos x + \sqrt{3}\,sen\,x = 0$

f. $sen 2x = \cos x$

g. $6\cos^2(x) + \cos(2x) = 1$

h. $sen\,2x \cdot \cos x = 3\,sen^2 x$

6) Halla los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo del que se conoce: la hipotenusa, a = 5’7m, y un cateto, b = 4’6m.

7) De un triángulo se conocen los ángulos B = 120º y C = 30º y el lado a = 3 m., resuelve el triángulo.

8) Resuelve un triángulo del que se conocen a = 4’7 m., b = 2’2m. y C = 54º.

9) Resuelve el triángulo del que se conocen: A = 40º, b = 5m, a = 2m.

10) Resuelve el triángulo del que se conocen: A = 40º, b = 5m, a = 4m.

11) Resuelve el triángulo del que se conocen a = 7m, b = 9m y c = 3m.

12) Halla los ángulos de un triángulo isósceles cuya base mide 50 cm y los lados iguales 40 cm cada uno.

13) Dos lados de un paralelogramo miden 2 y 3m y forman un ángulo de 50º. Halla las longitudes de las diagonales del paralelogramo.

14) Un bote avanza por un lago a una velocidad de 20 km/h durante media hora. Pasado ese tiempo vira $15°$ y continúa durante 20 minutos a 18 km/h. Halla las distancias que separan las posiciones inicial y final del bote.

15) Desde un cierto punto del terreno se mira a lo alto de una montaña y la visual forma un ángulo de $50°$ con el suelo. Al alejarse 200 m de la montaña, la visual forma un ángulo de $35°$ con el suelo. Hallar la altura de la montaña.